

5 verbes / 5 méthodes

(pour lever une indétermination)

- 1) Factoriser
- 2) Simplifier
- 3) Conjuguer
- 4) Encadrer
- 5) Dériver

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{x}} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{x}} \right) = -\infty$$

$$\text{car } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{x}} = +\infty \quad \text{et} \quad \lim_{x \rightarrow 0} 1 - \frac{1}{\sqrt{x}} = -\infty$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+2)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} x+2 = 3$$

$$3) \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x+1} - \sqrt{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\sqrt{x+1} - \sqrt{x})(\sqrt{x+1} + \sqrt{x})}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1 - x}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}} = 0 \quad \text{car } \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x+1} + \sqrt{x} = +\infty$$

$$4) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin x}{x} = 0 \quad \text{car} \quad -1 \leq \sin x \leq 1 \quad \text{pour tout } x$$

$$-\frac{1}{x} \leq \frac{\sin x}{x} \leq \frac{1}{x} \quad \text{pour } x \neq 0$$

$$\text{or } \lim_{x \rightarrow +\infty} -\frac{1}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} = 0 \quad \text{donc d'après le théorème des gendarmes}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin x}{x} = 0$$

$$5) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} : \quad \text{posons } f(x) = \sin x$$

f est dérivable sur $\mathbb{R}$ donc en 0 et

$$f'(x) = \cos x \quad \text{et} \quad f'(0) = \cos 0 = 1$$

$$\text{donc } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \sin 0}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = f'(0) = 1$$